# MATEMATYKA -POZIOM PODSTAWOWY

## PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY
## Z MATEMATYKI

## POZIOM PODSTAWOWY

**Czas pracy 170 minut**

**Instrukcja dla piszącego**

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 16 stron.
2. W zadaniach od 1. do 20. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko **jedną** odpowiedź i zaznacz ją na karcie odpowiedzi.
3. Zaznaczając odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego, zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. Rozwiązania zadań od 21. do 30. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
8. Obok numeru każdego zadania jest podana maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
10. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

***Życzymy powodzenia!***

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie do **50 punktów**

**Wypełnia zdający przed rozpoczęciem pracy**

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | |

**PESEL ZDAJĄCEGO**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

***W zadaniach od 1. do 20. wybierz jedną poprawną odpowiedź.***

**Zadanie 1.** ***(1 pkt)***
Liczba $2\log_3 18 - \log_3 12$ jest równa

**A.** $36$ **B.** $\log 9$ **C.** $\log_3 \frac{9}{4}$ **D.** $3$

**Zadanie 2.** ***(1 pkt)***
Liczba $\dfrac{5^{13}+25^{6}}{3\cdot 5^{14}:25}$ jest równa

**A.** $2$ **B.** $\dfrac{19}{42}$ **C.** $\dfrac{5^{13}+1}{3}$ **D.** $\dfrac{5^{13}}{75}$

**Zadanie 3.** ***(1 pkt)***
Funkcja liniowa $f(x)=(3-2m)x+3$ spełnia warunek $f(-2)-f(1)=0$. Wynika stąd, że

**A.** $m=-3$ **B.** $m=-1\frac{2}{3}$ **C.** $m=\frac{2}{3}$ **D.** $m=\frac{3}{2}$

**Zadanie 4.** ***(1 pkt)***
Jakim procentem liczby 12 jest 40% liczby 6?

**A.** 20% **B.** 48% **C.** 50% **D.** 80%

**Zadanie 5.** ***(1 pkt)***
Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $3-(2x+1)^2 < -4x^2$ jest przedział

**A.** $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ **B.** $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$ **C.** $(-\infty,-1)$ **D.** $(-1,+\infty)$

**Zadanie 6.** ***(1 pkt)***
Równanie $(x^2-9)(x^2+4)=0$ ma dokładnie

**A.** jedno rozwiązanie rzeczywiste: $x=3$.
**B.** dwa rozwiązania rzeczywiste: $x=-3$, $x=3$.
**C.** dwa rozwiązania rzeczywiste: $x=-2$, $x=2$.
**D.** cztery rozwiązania rzeczywiste: $x=-3$, $x=-2$, $x=2$, $x=3$.

**Zadanie 7.** ***(1 pkt)***
Wykres funkcji $f$ określonej dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 0$ wzorem $f(x)=\frac{1}{x}$ przesunięto wzdłuż osi $Ox$ o 2 jednostki w lewo i otrzymano wykres funkcji $g$. Wzór funkcji $g$ można zapisać w postaci

**A.** $g(x)=\frac{1}{x+2}$ **B.** $g(x)=\frac{1}{x-2}$ **C.** $g(x)=\frac{1}{x}+2$ **D.** $g(x)=\frac{1}{x}-2$

**Zadanie 8.** ***(1 pkt)***
Funkcja $f$ przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej dwucyfrowej kwadrat sumy cyfr tej liczby. Wówczas

**A.** $f(41)=17$ **B.** $f(41)=25$ **C.** $f(41)=1601$ **D.** $f(41)=1681$

**BRUDNOPIS**

**Zadanie 9.** ***(1 pkt)***
Wyraz $a_6$ ciągu arytmetycznego $(a_n)$ jest o 12 większy od wyrazu $a_2$ tego ciągu. Różnica ciągu $(a_n)$ jest równa

**A.** 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 6

**Zadanie 10.** ***(1 pkt)***
Najmniejsza wartość funkcji kwadratowej $f(x)=(x-3)^2-2$ w przedziale $\langle -3, 0\rangle$ jest równa

**A.** $-3$ **B.** $-2$ **C.** 7 **D.** 34

**Zadanie 11.** ***(1 pkt)***
Kąt $\alpha$ jest ostry i $\mathrm{tg}\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ .Wtedy wartość wyrażenia $(1-\sin\alpha)^2$ jest równa

**A.** $\frac{7}{9}$ **B.** $\frac{4}{9}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{1}{3}$

**Zadanie 12.** ***(1 pkt)***
Punkt $A=(-1,2)$ jest wierzchołkiem kwadratu. Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie $S=(2,5)$. Obwód tego kwadratu jest równy

**A.** $6\sqrt{2}$ **B.** 12 **C.** $12\sqrt{2}$ **D.** 24

**Zadanie 13.** ***(1 pkt)***
Proste o równaniach $y=(2-m)x-1$ oraz $y=2x+3$ są prostopadłe, gdy

**A.** $m=0$ **B.** $m=1\frac{1}{2}$ **C.** $m=2\frac{1}{2}$ **D.** $m=4$

**Zadanie 14.** ***(1 pkt)***
Na parking wjechało 5 samochodów z numerami rejestracyjnymi zaczynającymi się od: TK, TKI, TOS, TBU, TJE. Ile jest wszystkich możliwości zaparkowania tych samochodów na pięciu ponumerowanych kolejnych miejscach tak, żeby samochody z numerami rejestracyjnymi zaczynającym się od TK oraz TKI stały obok siebie?

**A.** 5 **B.** 12 **C.** 48 **D.** 125

**Zadanie 15.** ***(1 pkt)***
Ciąg $(1, x^2, y, 16)$ jest geometryczny. Wówczas

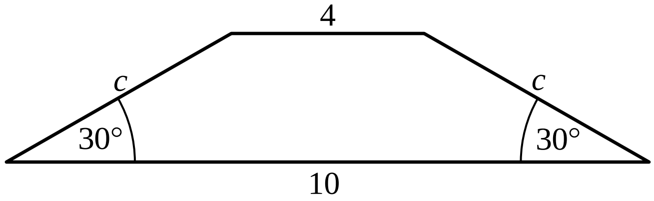
**A.** $x^4=16$ **B.** $x^5=16$ **C.** $x^6=16$ **D.** $x^7=16$

**Zadanie 16.** ***(1 pkt)***
Średnia arytmetyczna zestawu sześciu uporządkowanych rosnąco liczb: 3, 7, 8, *x*, 30, 32 jest równa medianie tego zestawu. Wynika stąd, że

**A.** $x=10$ **B.** $x=18$ **C.** $x=24$ **D.** $x=28$

**BRUDNOPIS**

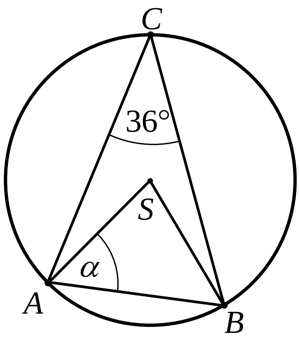
**Zadanie 17.** ***(1 pkt)***
Podstawy trapezu równoramiennego mają długości 10 i 4, a ramiona są nachylone do dłuższej podstawy pod kątem $30°$ (zobacz rysunek)




Długość ramienia tego trapezu jest równa

**A.** $\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $4\sqrt{3}$

**Zadanie 18.** ***(1 pkt)***
Punkty *A*, *B* i *C* leżą na okręgu o środku *S*. Kąt *ACB* ma miarę równą $36°$ (zobacz rysunek).



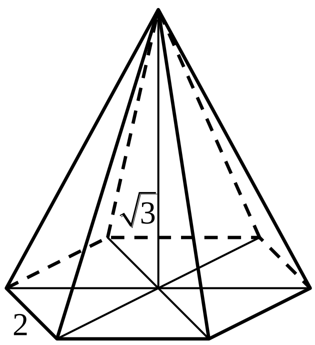

Wówczas miara $\alpha$ kąta ostrego *BAS* jest równa

**A.** $24°$ **B.** $36°$ **C.** $54°$ **D.** $60°$

**Zadanie 19.** ***(1 pkt)***
Wysokości dwóch stożków są równe. Objętość pierwszego stożka jest 9 razy większa od objętości drugiego stożka. Promień podstawy pierwszego stożka jest równy $r_1$, a promień podstawy drugiego stożka jest równy $r_2$. Zatem

**A.** $r_1 = \frac{1}{3}r_2$ **B.** $r_1 = r_2$ **C.** $r_1 = 3r_2$ **D.** $r_1 = 9r_2$

**Zadanie 20.** ***(1 pkt)***
Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 2, a wysokość tego ostrosłupa jest równa $\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).




Miara kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równa

**A.** $30°$ **B.** $45°$ **C.** $60°$ **D.** $75°$

**BRUDNOPIS**

**Zadanie 21.** ***(2 pkt)***

Rozwiąż nierówność $12 - x^2 \leq x$.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

**Zadanie 22.** ***(2 pkt)***

Rozwiąż równanie $\frac{2x^2 - x - 3}{x+1} = 1$.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

**Zadanie 23.** ***(2 pkt)***
Oblicz sumę wszystkich liczb całkowitych dodatnich podzielnych przez 4 i mniejszych od 300.

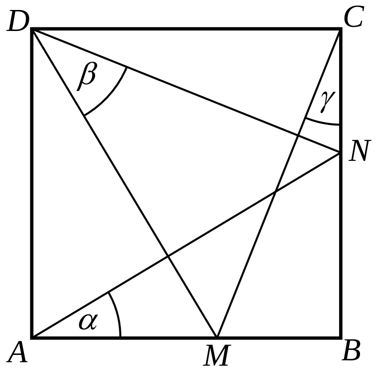
Odpowiedź: ..........................................................................................................................

**Zadanie 24.** ***(2 pkt)***
Dany jest trójkąt $ABC$, w którym bok $AB$ jest dwa razy dłuższy od boku $AC$, sinus kąta $BAC$ jest równy $\frac{2}{3}$, a pole trójkąta jest równe 54. Oblicz długości boków $AB$ i $AC$ tego trójkąta.

Odpowiedź: ..........................................................................................................................

**Zadanie 25.** ***(2 pkt)***

Na boku $AB$ kwadratu $ABCD$ leży punkt $M$, a na boku $BC$ taki punkt $N$, że $|MB|+|BN|=|AB|$. Kąty $BAN$, $MDN$, $MCB$ mają miary równe odpowiednio $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ (zobacz rysunek). Udowodnij, że $\alpha+\beta+\gamma=90°$.




**Zadanie 26.** ***(2 pkt)***

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $a$, $b$ prawdziwa jest nierówność

$$a^2+b^2+1>a+b.$$

**Zadanie 27.** *(4 pkt)*
W pudełku znajduje się dwanaście kul ponumerowanych od 1 do 12, przy czym kule o numerach 1, 2, 3 są białe, kule o numerach 4, 5, 6, 7 – czarne, a pozostałe kule są zielone. Losujemy kolejno bez zwracania dwa razy po jednej kuli. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowane kule są różnych kolorów i jedna z nich ma numer parzysty, a druga nieparzysty. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

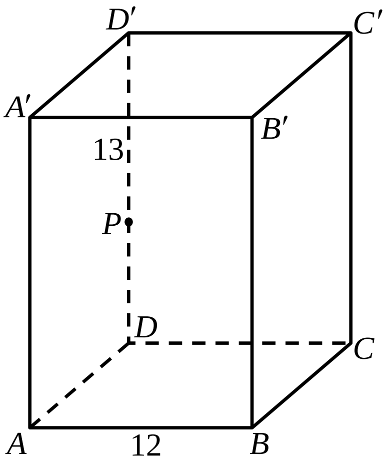
Odpowiedź: ..............................................................................................................................

**Zadanie 28.** ***(4 pkt)***

Punkt $A=(0,5)$ jest wierzchołkiem prostokąta *ABCD*. Osiami symetrii tego prostokąta są proste o równaniach $y=\frac{1}{2}x+\frac{15}{8}$ oraz $y=-2x+15$. Wyznacz równanie prostej zawierającej przekątną *BD* tego prostokąta.

Odpowiedź: ....................................................................................................................................

**Zadanie 29.** ***(5 pkt)***
Krawędź podstawy $ABCD$ graniastosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDA'B'C'D'$ jest równa 12. Na krawędzi bocznej $DD'$ obrano punkt $P$ taki, że $|PD'|=13$ (zobacz rysunek). Graniastosłup ten przecięto płaszczyzną zawierającą przekątną $AC$ podstawy i przechodzącą przez punkt $P$. Pole tego przekroju jest równe $54\sqrt{2}$. Oblicz kąt nachylenia przekątnej tego graniastosłupa do podstawy $ABCD$. Wynik podaj w stopniach z dokładnością do $1°$.




Odpowiedź: ..........................................................................................................

**Zadanie 30.** *(5 pkt)*
Pierwsza pompa, pracując samodzielnie, napełnia zbiornik w ciągu 12 godzin, a druga pompa napełnia go samodzielnie w ciągu 10 godzin. O godzinie $9:00$ uruchomiono pierwszą pompę, która zaczęła napełniać pusty zbiornik. Po pewnym czasie uruchomiono drugą pompę. Pompy, pracując razem, zakończyły napełniać zbiornik o godzinie 15:48. Oblicz, o której godzinie rozpoczęła pracę druga pompa.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

**BRUDNOPIS**

# KARTA ODPOWIEDZI

## WYPEŁNIA ZDAJĄCY

PESEL

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | |

| Nr zadania | Odpowiedzi | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | A | B | C | D |
| 2 | A | B | C | D |
| 3 | A | B | C | D |
| 4 | A | B | C | D |
| 5 | A | B | C | D |
| 6 | A | B | C | D |
| 7 | A | B | C | D |
| 8 | A | B | C | D |
| 9 | A | B | C | D |
| 10 | A | B | C | D |
| 11 | A | B | C | D |
| 12 | A | B | C | D |
| 13 | A | B | C | D |
| 14 | A | B | C | D |
| 15 | A | B | C | D |
| 16 | A | B | C | D |
| 17 | A | B | C | D |
| 18 | A | B | C | D |
| 19 | A | B | C | D |
| 20 | A | B | C | D |

## WYPEŁNIA EGZAMINATOR

| Nr zadania | Punkty | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 21 | ☐ | ☐ | ☐ | | | |
| 22 | ☐ | ☐ | ☐ | | | |
| 23 | ☐ | ☐ | ☐ | | | |
| 24 | ☐ | ☐ | ☐ | | | |
| 25 | ☐ | ☐ | ☐ | | | |
| 26 | ☐ | ☐ | ☐ | | | |
| 27 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | |
| 28 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | |
| 29 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 30 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

SUMA PUNKKTÓW

D ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
0 1 2 3 4 5

J ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9