LISTA NR 13 (Geometria analityczna) POZIOM PODSTAWOWY

1. Znajdź równanie prostej
   a) przechodzącej przez punkty $A=(-1,6)$ i $B=(3,-2)$,
   b) równoległej do prostej o równaniu $y=3x+1$ i przechodzącej przez punkt $A=(2,5)$,
   c) prostopadłej do prostej o równaniu $2x+y-5=0$ i przechodzącej przez $P=(-1,2)$.
2. Znajdź równania osi symetrii odcinka *AB* o końcach $A=(-2,-1)$ i $B=(6,3)$.
3. Dane są punkty $A=(-3,-4), B=(5,0), C=(-1,2)$.
   a) Znajdź równania prostych, w których zawarte są boki trójkąta *ABC*.
   b) Znajdź długości środkowych trójkąta *ABC*.
   c) Wykaż, że trójkąt *ABC* jest prostokątny.
   d) Znajdź współrzędne punktu *D* tak, by czworokąt *ABCD* był równoległobokiem. Oblicz jego obwód.
   e) Oblicz pole równoległoboku *ABCD*.
4. Oblicz pole trójkąta *ABC*, jeśli $A=(2,-4), B=(-1,0), C=(-4,-1)$.
5. Dane są punkty $P=(0,2), Q=(6,4)$ i $R=(1,9)$. Znajdź odległość środka podstawy *PQ* od ramienia *QR* w trójkącie *PQR*.
6. Wierzchołek *A* równoległoboku *ABCD* leży na przecięciu prostych o równaniach $y=2x+4$ i $y=\frac{1}{3}x-1$, w których zawierają się boki *AB* i *AD* równoległoboku. Wiedząc, że punkt $S=\left(1\frac{1}{2},2\right)$ jest środkiem symetrii równoległoboku *ABCD*, znajdź współrzędne wszystkich jego wierzchołków.
7. Podstawą równoramiennego trójkąta *ABC* jest odcinek *AB* o końcach $A=(-2,-4), B=(6,0)$. Ramię *BC* tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $y=-x+6$. Znajdź współrzędne wierzchołka *C* oraz oblicz pole tego trójkąta.
8. Trzy wierzchołki kwadratu mają współrzędne $A=(-4,0), B=(0,-3), D=(-1,4)$. Znajdź współrzędne wierzchołka *C* oraz oblicz pole i obwód tego kwadratu. Napisz równanie okręgu opisanego na tym kwadracie.
9. Wyznacz równanie osi symetrii (o ile istnieje) trapezu o wierzchołkach $A=(7,-1), B=(6,2), C=(2,4), D=(-1,3)$.
10. Dane są punkty $K=(-1,1), L=(0,3)$. Znajdź współrzędne punktów *A* i *B* wiedząc, że punkty *K* i *L* dzielą odcinek AB na trzy równe części. Napisz równanie okręgu, którego średnicą jest odcinek AB.
11. Dane są punkty $A=(-2,-2)$ i $B=(4,0)$ będące kolejnymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Wyznacz algebraicznie (nie graficznie!) współrzędne pozostałych wierzchołków tego kwadratu.
12. Prosta o równaniu $y=2x+7$ przecina parabolę o równaniu $y=-(x+3)^2+4$ w punktach *A* i *B*. Oblicz długość odcinka $\overline{AB}$ i napisz równanie okręgu, którego średnicą jest odcinek $\overline{AB}$.
13. Punkt $A=(-1,5)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego, którego ramię ma długość 10. Podstawa trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $y=\frac{1}{2}x-\frac{9}{2}$.
    a) Znajdź współrzędne pozostałych wierzchołków tego trójkąta.
    b) Oblicz pole tego trójkąta.
14. Napisz równania stycznych do okręgu o równaniu $(x-3)^2+(y-2)^2=8$ i równoległych do prostej o równaniu $y=x-1$.
15. Znajdź równanie okręgu opisanego na trójkącie o wierzchołkach $A=(-5,0), B=(3,-2), C=(-2,3)$.

ODPOWIEDZI – lista nr 13

1. a) $y=-2x+4$ b) $y=3x-1$ c) $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

2. $y=\frac{1}{2}x$ $y=-2x+5$

3. a) $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$, $y=3x+5$, $y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$

   b) $2\sqrt{5},\ 5\sqrt{2},\ 5\sqrt{2}$

   d) $D=(-9,-2)$, obwód: $8\sqrt{5}+4\sqrt{10}$

   e) $P_{ABCD}=40$

4. $P_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 3\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=\frac{15}{2}$

5. $d=2\sqrt{2}$, wskazówka: pamiętaj, że odległość punktu od prostej wyznaczamy prowadząc odpowiedni odcinek (prostą) **prostopadle** do danej prostej.

6. $A=(-3,-2), B=(3,0), C=(6,6), D=(0,4)$

7. $C=(-4,10)$, wskazówka: wysokość CD tego trójkąta jest jednocześnie jego środkową (trójkąt jest równoramienny); wyznacz równanie prostej, w której zawarta jest ta właśnie wysokość ($y=-2x+2$), a następnie z układu równań $\begin{cases} y=2x-5 \\ y=-x+6 \end{cases}$ wyznacz współrzędne punktu C.

8. $C=(3,1)$;$P=25, Ob=20, \left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$ możesz to rozwiązać co najmniej trzema metodami:
   - Wykorzystać proste równoległe (dużo pracy)
   - Stosując wzór na środek odcinka
   - Wykorzystać równość wektorów

   $\left.\begin{array}{l}\text{Stosując wzór na środek odcinka}\\ \text{Wykorzystać równość wektorów}\end{array}\right\}$ Szybsze metody

9. Najpierw sprawdź, czy trapez jest równoramienny. Oś symetrii: $y=2x-5$

10. $A=(-2,-1), B=(1,5)$, wskazówka: skorzystaj z wzoru na środek odcinka; $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+(y-2)^2=\frac{45}{4}$

11. $(2,6)$ i $(-4,4)$ lub $(6,-6)$ i $(0,-8)$ wskazówka: wyznacz prostą prostopadłą do AB i przechodzącą przez (np.) B, a następnie wykorzystaj własność współrzędnych dowolnego punku leżącego na prostej i porównaj długości odcinków AB i BC – tak znajdziesz punkt C.

12. Wyznacz najpierw współrzędne $A=(-6,-5)$ i $B=(-2,3)$, $|AB|=4\sqrt{5}$, $(x+4)^2+(y+1)^2=20$

13. a) $B=(-1,-5), C=(7,-1)$ b) $P_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{5}\cdot 4\sqrt{5}=40$

14. $y=x-3$ i $y=x-5$

15. $(x+1)^2+(y+1)^2=10$